



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
FIRENZE

FLORE

Repository istituzionale dell'Università degli Studi di Firenze

Analisi del rischio sismico di una torre medioevale in muratura

Questa è la Versione finale referata (Post print/Accepted manuscript) della seguente pubblicazione:

Original Citation:

Analisi del rischio sismico di una torre medioevale in muratura / Bartoli, Gianni; Betti, Michele; Galano, Luciano; Leonardo, Posi; Giacomo, Zini. - In: BOLLETTINO INGEGNERI. - ISSN 2035-2433. - STAMPA. - LXIV:(2016), pp. 3-19.

Availability:

This version is available at: 2158/1054324 since: 2016-10-04T14:45:11Z

Terms of use:

Open Access

La pubblicazione è resa disponibile sotto le norme e i termini della licenza di deposito, secondo quanto stabilito dalla Policy per l'accesso aperto dell'Università degli Studi di Firenze (<https://www.sba.unifi.it/upload/policy-oa-2016-1.pdf>)

Publisher copyright claim:

(Article begins on next page)

ANALISI DEL RISCHIO SISMICO DI UNA TORRE MEDIOEVALE IN MURATURA

Gianni BARTOLI, Michele BETTI, Luciano GALANO, Leonardo POSI, Giacomo ZINI

Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale, Università degli Studi di Firenze

ABSTRACT

The paper summarises the seismic analyses performed for the Chigi Tower in the city of San Gimignano (SI). This is one of the historic masonry towers analysed within the research project RiSEM (Seismic Risk in Historic Buildings). Within the project, financially supported by the Administration of Tuscany Region (PAR FAS 2007-2013 - line 1.1.a.3: Science and Technology for the Preservation and Enhancement of Cultural Heritage), the towers in the city of San Gimignano have been selected as a relevant case study. The analyses were performed with reference to the Italian "Guidelines for the Assessment and Mitigation of the Seismic Risk of the Cultural Heritage". In this paper are reported and compared the results obtained with respect of the three evaluation levels there defined: LV1 (analysis at territorial level), LV2 (local analysis) and LV3 (global analysis).

SOMMARIO

La memoria riassume i risultati di uno studio sul rischio sismico della torre Chigi di San Gimignano (SI). Si tratta di una delle torri medioevali analizzate nel progetto di ricerca RiSEM (*Rischio Sismico negli Edifici Monumentali*). Nel progetto, finanziato dalla Regione Toscana nell'ambito dei fondi PAR FAS (Linea di Azione 1.1.a.3: Scienze e Tecnologie per la Salvaguardia e la Valorizzazione dei Beni Culturali), sono state analizzate le torri medioevali di San Gimignano in quanto, grazie alla loro omogeneità tipologica, sono state ritenute un significativo banco di prova per la valutazione delle tecniche messe a punto nello sviluppo del progetto. Le analisi di rischio sismico della torre sono state sviluppate seguendo le indicazioni contenute nelle "Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale", e la memoria riporta i risultati ottenuti per i tre livelli di valutazione previsti: LV1 (analisi a livello territoriale), LV2 (analisi locale) ed LV3 (analisi globale).

1 INTRODUZIONE

Tra gli edifici storici a carattere monumentale le torri in muratura rappresentano una specifica tipologia costruttiva che caratterizza molti degli agglomerati urbani di origine medioevale presenti sul territorio italiano. Questo è il caso del centro storico di San Gimignano (SI) dove si trovano tredici torri in muratura a noi giunte pressoché intatte dal medioevo. Data l'intrinseca vulnerabilità sismica di questa tipologia struttu-

rale, testimoniata dai numerosi crolli nel corso dei secoli, non ultimo quello della torre di Finale Emilia (a seguito dell'evento sismico del 2012), nelle "Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale" [1] è stata dedicata una specifica sezione al rischio sismico delle torri in muratura.

Questa tematica è stata affrontata anche nel recente progetto di ricerca RiSEM "Rischio Sismico negli Edifici Monumentali" [2]. Le torri medioevali di San Gimignano, infatti, grazie alla loro omo-

geneità tipologica, sono state ritenute un significativo banco di prova per validare le tecniche di indagine messe a punto nella ricerca. Il progetto, finanziato dalla Regione Toscana, avviato nel 2011 e terminato alla fine del 2013, è stato sviluppato da un gruppo di ricerca che ha incluso l'Università di Firenze e quella di Siena, con quattro Dipartimenti di diverse aree scientifiche. Uno degli obiettivi del progetto è stato quello di validare nuove metodologie di indagine dette "non a contatto", di tipo speditivo ed a basso costo, per ricavare le caratteristiche strutturali necessarie alla valutazione sommaria del rischio sismico collegato ad un edificio di carattere monumentale. La metodologia adottata nella ricerca ha previsto: a) la valutazione della pericolosità sismica e delle interazioni suolo-struttura; b) l'acquisizione delle caratteristiche geometriche e ricostruzione dell'evoluzione storica delle torri; c) la valutazione delle loro caratteristiche statiche e dinamiche attraverso tecniche di indagine non convenzionali (identificazione strutturale); d) la valutazione della vulnerabilità sismica con la definizione di corretti stati limite finalizzati ad individuare i livelli di sicurezza per i beni culturali, considerando sia il problema della conservazione sia quello della sicurezza; e) la valutazione del rischio sismico.

Il progetto RiSEM, a lato di attività propriamente di ricerca, ha voluto anche verificare, traendo profitto dalla possibilità di investigare sul campo le torri medioevali, le indicazioni contenute nel documento [1] per la valutazione del rischio sismico degli edifici a torre.

Ponendosi in questo ambito, la memoria illustra, discutendolo criticamente, il percorso di valutazione proposto nel documento citato e articolato sui tre livelli LV1 (analisi a livello territoriale), LV2 (analisi locale) e LV3 (analisi globale), riportando le analisi parametriche condotte su una delle torri analizzate nel progetto: la torre Chigi (Figura 1).

Dopo una breve descrizione della torre oggetto dello studio, il percorso di indagine delineato dalla [1] viene sviluppato per intero e riassunto, ponendo particolare attenzione alla sensibilità degli indici di rischio sismico in funzione della variabilità dei parametri analizzati.

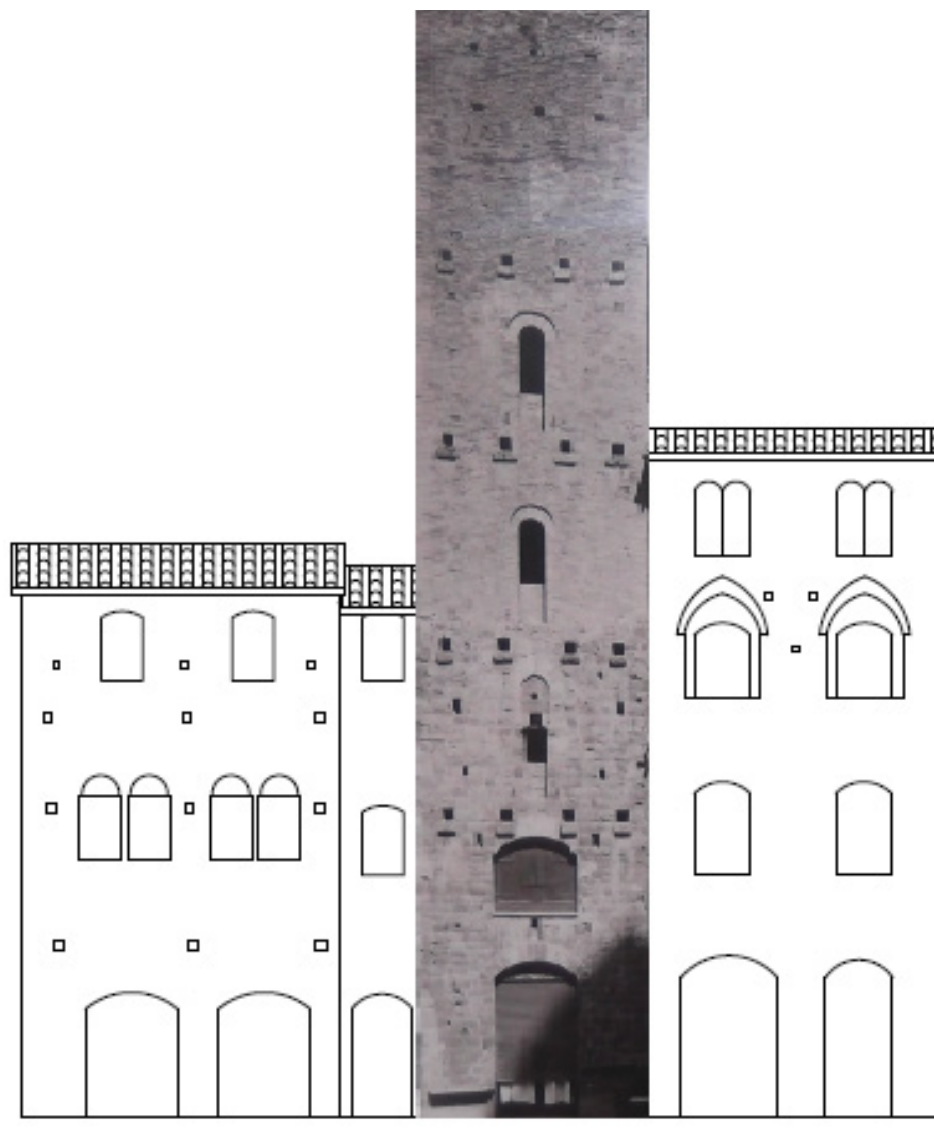


Figura 1. La torre Chigi vista da piazza Duomo (prospetto Ovest).

2 LA TORRE CHIGI: FASE CONOSCITIVA

La torre Chigi appartiene alla tipologia costruttiva detta "casa-torre" che si è sviluppata a San Gimignano nel corso dei secoli XII e XIII. Essa costituisce un esempio unico poiché presenta tratti caratteristici come l'utilizzo di due materiali lungo lo sviluppo verticale, in quanto la parte bassa ha i paramenti in muratura di pietrame mentre quella superiore è realizzata in muratura di mattoni pieni rigati; inoltre, la facciata è ricca di aperture accuratamente rifinite (Figura 2).

Queste peculiarità collocano il periodo di costruzione della torre in epoca tarda, verso la seconda metà del XIII secolo.

La torre oggi risulta inserita in un articolato complesso architettonico che si affaccia su piazza Duomo (Figura 1) per proseguire sul lato di via



Figura 2. Apertura al primo livello sul prospetto Ovest.

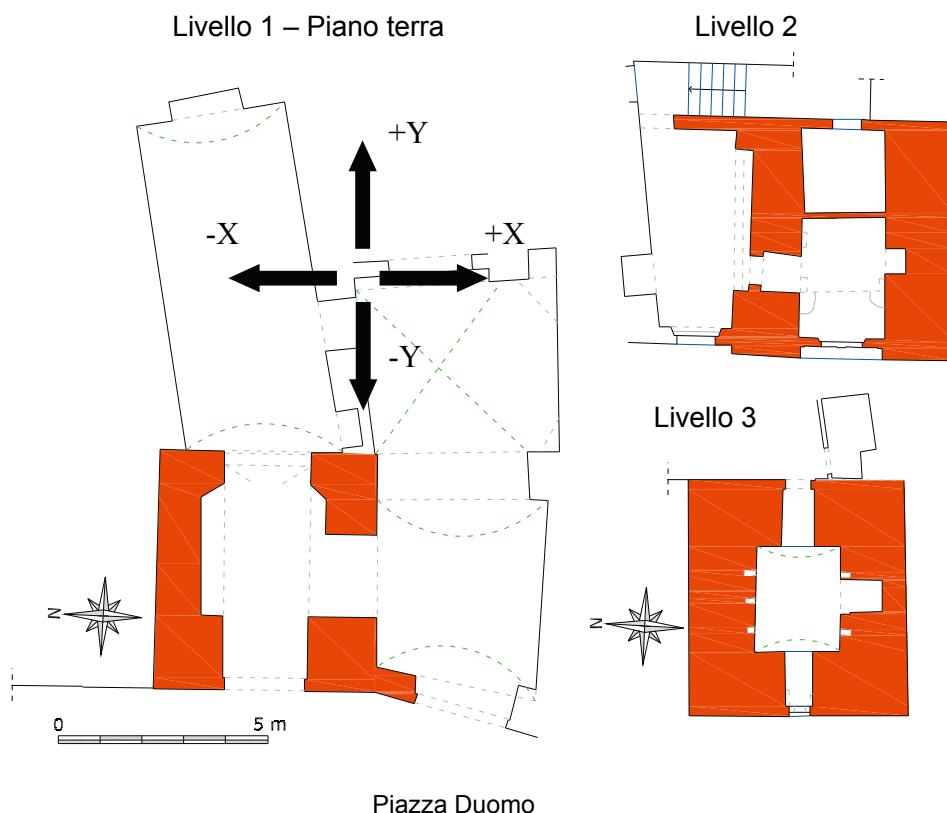


Figura 3. Pianta dei primi tre livelli ed individuazione delle direzioni di analisi.

San Matteo, ed è possibile distinguere, in aderenza alla torre, tre diversi corpi di fabbrica di epoca successiva: due lungo la direttrice Nord-Sud parallela a via San Matteo ed un terzo sul lato tergaie, orientato in direzione Est (Figura 3). L'intero complesso è frutto delle modifiche e degli interventi succedutisi nel corso dei secoli e che hanno interessato sia la costruzione dei corpi di fabbrica adiacenti sia l'assetto originario delle pareti perimetrali della torre. Queste ultime, in particolare, hanno visto la realizzazione, su quasi tutti i livelli della torre, di un certo numero di nicchie ed aperture allo scopo di realizzare ambienti interni di maggiore dimensione e consentire un collegamento tra la torre ed i palazzi adiacenti.

Il nucleo originario della torre ha una pianta quadrata, sufficientemente regolare, di dimensioni esterne pari a 5.5x5.5 m (Figura 3), ed un'altezza di circa 27 m misurata rispetto al suolo di piazza Duomo (Figura 4). Le pareti murarie hanno spessore variabile che da 1.6 m alla base si riduce fino a 1.3 m in sommità, e sono realizzate con la tecnica costruttiva del sacco (un paramento interno, uno esterno ed un nucleo centrale di materiale eterogeneo). Il paramento esterno dei primi 13 m di altezza è realizzato in blocchi lapidei con netta prevalenza di pietra calcarea (tufo calcareo) e pietra da torre (breccia di grotti e calcare cavernoso con rare presenze di arenaria). Le dimensioni dei blocchi sono mediamente pari a 50x30x30 cm e si osservano giunti di malta sottili. La parte superiore, invece, ha un paramento esterno di mattoni pieni a due teste, di dimensioni pari a circa 12.5x30x12.5 cm ed è ancora costituita da una muratura a sacco (Figura 5).

I paramenti interni sono presumibilmente stati realizzati con lo stesso materiale e spessore di quelli esterni.

Ai livelli inferiori (lati Nord, Sud ed Est) la torre è inserita nel complesso architettonico che si sviluppa di fronte a piazza Duomo; essa risulta pertanto inglobata nei palazzi adiacenti i quali hanno diverse altezze. A dispetto di una certa regolarità geometrica in pianta, le varie nicchie ed aperture definite nel corso dei secoli hanno introdotto notevoli dissimmetrie altimetriche. In corrispondenza del primo livello, ad esempio, si osservano tre aperture sui lati Est, Ovest e Sud che alterano l'originaria simmetria strutturale in pianta. Internamente la torre è articolata su otto

SEZIONE NORD-SUD

SEZIONE EST-OVEST

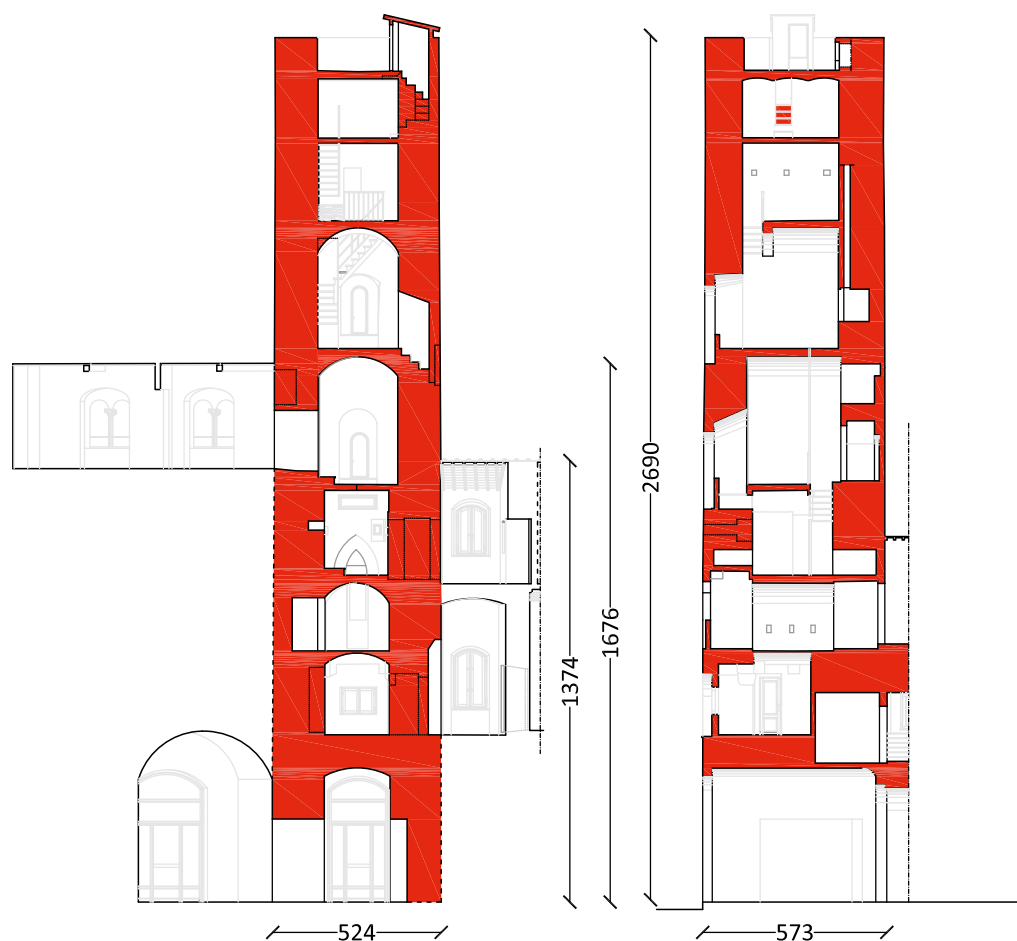


Figura 4. Sezioni della torre (misure in cm).

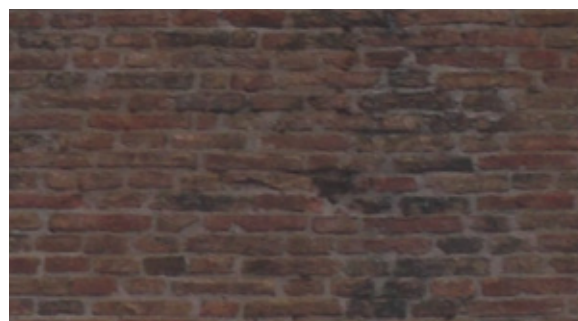


Figura 5. Blocchi di pietra da torre (sopra) e mattoni pieni rigati (sotto) che costituiscono le murature della torre.

livelli (Figura 4), con orizzontamenti realizzati mediante volte a botte ai primi sei livelli e solai lignei agli ultimi due.

La caratterizzazione meccanica dei materiali è un aspetto essenziale per l'analisi strutturale delle costruzioni esistenti. Il sacco è costituito da elementi in pietrame legati a calce con qualità meccaniche medio-buone e ben coesi con i due rivestimenti. Ciò si deduce ragionevolmente per analogia con quanto è stato possibile rilevare su altre torri dello stesso periodo (Figura 6).

Data la natura della ricerca, che prevedeva analisi di tipo speditivo con l'obiettivo di validare le indicazioni della [1], i parametri meccanici dei materiali sono stati selezionati riferendosi alla Circolare del 2009 [3] (Tabelle C8A.2.1 e C8A.2.2). Come suggerito nel documento, sono stati selezionati i valori medi dei parametri negli intervalli di riferimento per ogni tipologia di muratura, incrementati dei coefficienti maggiorativi da impiegare nel caso di murature di buona qualità.

Tali valori sono stati ridotti per la presenza del sacco interno, adottando un coefficiente 0.70 per la muratura di blocchi lapidei squadrati e 0.90 per la muratura di mattoni. I valori così ottenuti, riportati nella Tabella 1, sono valori di base utilizzati nel seguito per le analisi parametriche.



Figura 6. Nucleo di riempimento visibile in una torre coeva.

Tabella 1. Caratteristiche meccaniche della muratura.

Muratura	f_m (N/mm ²)	τ_0 (N/mm ²)	E (N/mm ²)	G (N/mm ²)	w (kN/m ³)
Pietrame	4.30	0.079	1620	540	16
Mattoni	9.40	0.185	3375	860	18

f_m = resistenza a compressione, τ_0 = resistenza a taglio, E = modulo di Young; G = modulo di taglio; w = peso specifico.

3 VALUTAZIONE DEL RISCHIO SISMICO

In riferimento al percorso delineato nel documento [1], le analisi di rischio sismico della torre Chigi sono state svolte valutandone la risposta locale e la risposta globale. La prima (LV2) è stata analizzata con il metodo dei cinematismi di collasso, con l'analisi cinematica lineare. La risposta sismica globale è stata investigata sia con schemi semplificati (LV1, ovvero applicando il metodo di analisi a scala territoriale) sia ricorrendo a modelli numerici dell'intera struttura (LV3). Le analisi LV1 hanno lo scopo di stilare una graduatoria di rischio sismico dei beni tutelati; le analisi LV2 e LV3 sono finalizzate ad una valuta-

zione più accurata del grado di sicurezza della struttura per evidenziare le carenze strutturali da eliminare con interventi di miglioramento (LV2) o di adeguamento (LV3).

La pericolosità sismica di base è stata valutata riferendosi alle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2008 [4]). Considerando la posizione geografica di San Gimignano sono stati individuati i parametri caratteristici $a_g=0.141$ g, $F_0=2.48$ e $T_C^*=0.276$ s dello spettro per lo stato limite di salvaguardia della vita (SLV, evento con periodo di ritorno $T_{R,SLV}=475$ anni e probabilità di superamento pari al 10% nel periodo di riferimento $V_R=50$ anni; nel caso in esame, avendo assunto un valore del coefficiente d'uso $C_U = 1$, il valore del periodo di riferimento coincide con il valore della vita nominale V_N). Si sono anche ipotizzati la categoria di sottosuolo B, la categoria topografica T2 e si è utilizzato il coefficiente $\eta=1$. Da essi si ricava lo spettro di risposta elastico in accelerazione relativo al sito in esame.

3.1 Analisi mediante metodi semplificati (LV1)

Il primo livello di analisi prevede l'impiego di uno schema di calcolo semplificato in cui la torre viene suddivisa in un numero n di conci aventi ciascuno caratteristiche geometriche e meccaniche uniformi. Le verifiche vengono effettuate in corrispondenza della sezione inferiore di ciascun concio, confrontando i valori del momento resistente (capacità) e sollecitante (domanda). La capacità sismica della struttura è stimata assumendo uno schema di struttura a mensola incastrata alla base, con modalità di collasso per pressoflessione. Secondo tale schema il momento resistente M_{ui} nella sezione di verifica i -esima si valuta mediante l'espressione:

$$M_{ui} = \frac{\sigma_{0i} A_i}{2} \left(b_i - \frac{\sigma_{0i} A_i}{0.85 a_i f_d} \right) \quad (1)$$

dove σ_{0i} è la tensione di compressione media dovuta ai carichi gravitazionali, f_d è la resistenza a compressione di calcolo della muratura, mentre A_i , b_i , a_i sono l'area della sezione depurata da eventuali aperture e le dimensioni dei lati rispettivamente paralleli e ortogonali alla direzione sismica considerata. Il momento sollecitante è

valutato applicando alla mensola una distribuzione lineare in altezza di forze orizzontali F_j , valutate a partire della pericolosità sismica del sito. Tali azioni, da applicarsi nel baricentro di ogni concio, sono determinate tramite l'espressione seguente:

$$F_i = \frac{W_i z_i}{\sum_{k=1}^n W_k z_k} 0.85 S_d(T_1) \frac{W}{g} \quad (2)$$

dove W_i è il peso del concio i -esimo e z_i la quota del suo baricentro rispetto alla fondazione. $S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta di progetto, determinata a partire dallo spettro elastico diviso per un fattore di struttura q (assunto, per il caso in esame, pari a 2.8, per la presenza di bruschi cambiamenti di rigidezza lungo l'altezza) T_1 è il periodo fondamentale di vibrazione della torre nella direzione di calcolo e g è l'accelerazione di gravità. Nota l'entità delle forze sismiche, è possibile calcolare la risultante agente nell' i -esima sezione di verifica:

$$F_{hi} = \frac{\sum_{j=i}^n W_j z_j}{\sum_{k=1}^n W_k z_k} 0.85 S_d(T_1) \frac{W}{g} \quad (3)$$

Calcolata infine la quota z_{hi} del punto di applicazione della risultante F_{hi} , si ricava il valore del momento sollecitante M_{si} (z_i^* è la quota della i -esima sezione di verifica rispetto alla base):

$$z_{hi} = \frac{\sum_{j=i}^n W_j z_j^2}{\sum_{j=i}^n W_j z_j}, \quad M_{si} = F_{hi} (z_{hi} - z_i^*) \quad (4)$$

Per la torre Chigi, sulla base di considerazioni geometriche e meccaniche e tenendo conto della presenza di aperture, sono stati individuati 16 concii (individuati nelle Figure 7 e 8). La parte inferiore della torre è inglobata nei palazzi adiacenti separandosi da questi ultimi in corrispondenza di due diverse quote: circa 13.5 m sul lato Nord e 16.5 m su quello Sud (Figura 1). La presenza di un vincolo continuo su tre lati dell'edificio suggerisce di analizzare, in termini parametrici, tre distinti modelli (Figura 9, H è l'altezza della torre):

- A: un modello che assume come inefficace l'azione di vincolo esercitata sulla torre dai corpi di fabbrica adiacenti ($H=26.9$ m),

- B: un modello che ipotizza la torre incastrata in corrispondenza della quota di stacco dagli edifici presenti sul lato Nord ($H=13.4$ m);
- C: un modello che ipotizza la torre incastrata in corrispondenza della quota di stacco dagli edifici presenti sul lato Sud ($H=10.5$ m).

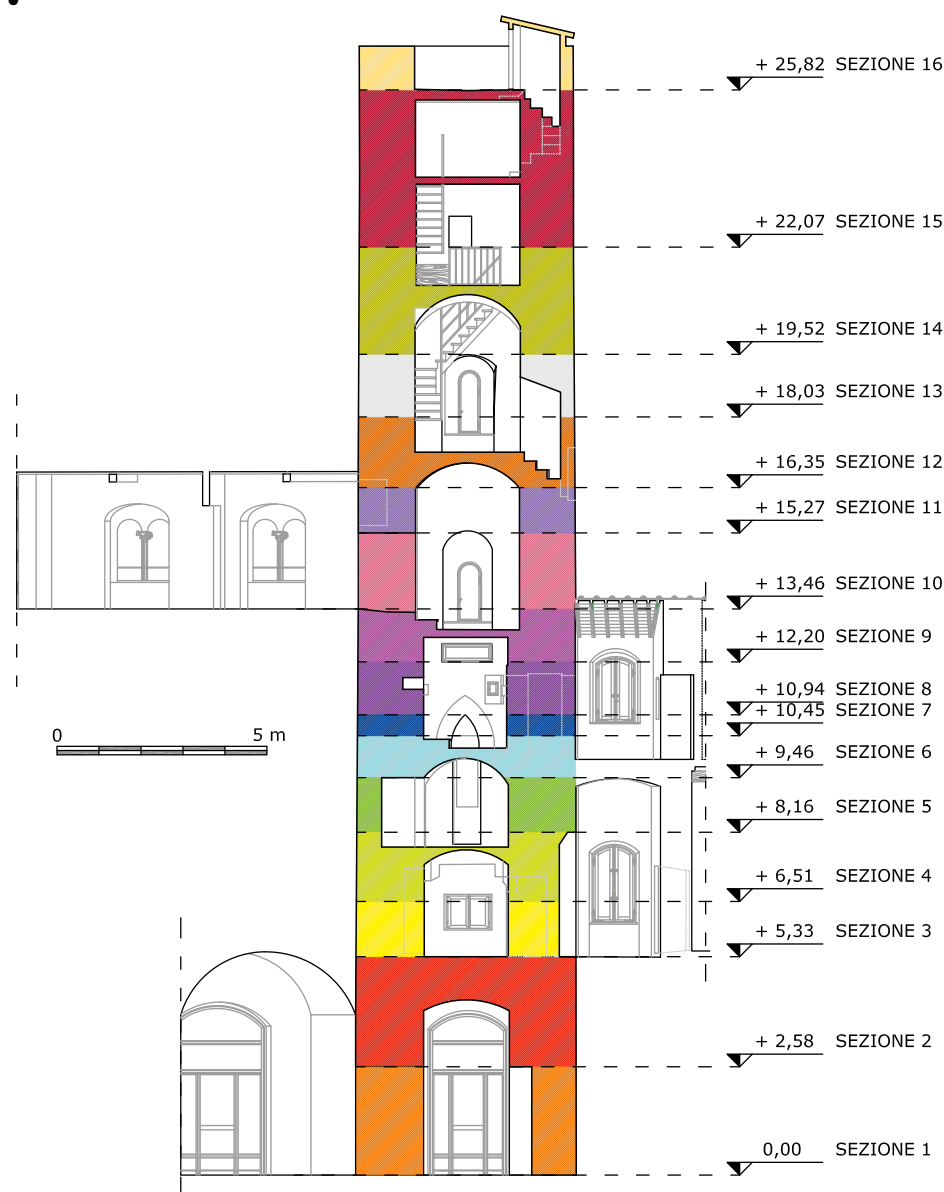


Figura 7. Sezioni dei concii individuati nella schematizzazione a mensola.

I momenti sollecitanti M_{si} sono funzione del periodo proprio T_1 della struttura che, secondo le NTC 2008, può essere stimato, in assenza di specifiche informazioni, con la formula (H in m):

$$T_1 = 0.05 H^{0.75} \quad (5)$$

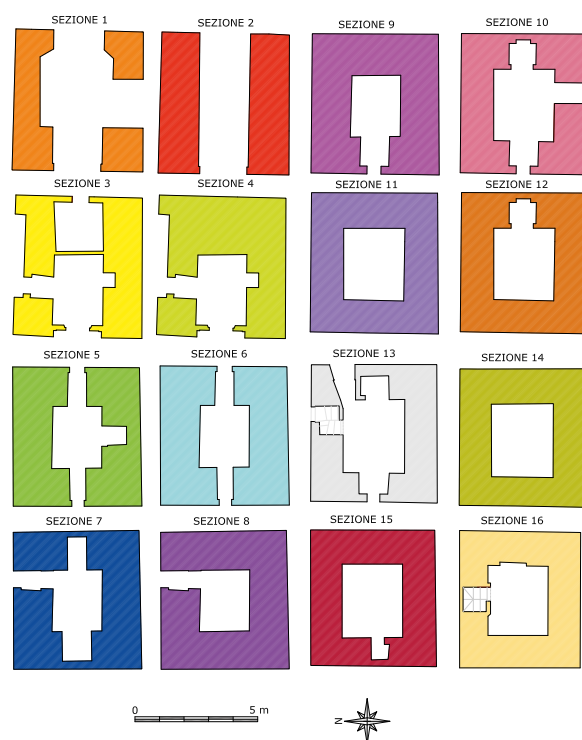


Figura 8. Piante dei concii individuati nella schematizzazione a mensola.

In un recente studio Rainieri e Fabbrocino [5] hanno tuttavia mostrato che le previsioni della (5), nel caso di edifici a torre, tendono a sovrastimare il periodo naturale per valori inferiori a 1s, mentre tendono a sottostimarli per valori su

periori a 1s. Nelle analisi si farà così riferimento anche alla correlazione seguente, proposta in [5]:

$$T_1 = 0.013H^{1.10}. \quad (6)$$

Inoltre, in aggiunta, è stata presa anche in esame l'espressione seguente, ottenuta dalla dinamica dei sistemi continui a mensola (con evidente significato dei simboli):

$$T_1 = 1.787H^2 \sqrt{\frac{\gamma A}{EJ_g}}. \quad (7)$$

I valori di T_1 ottenuti dalle precedenti espressioni, come suggerito dalla norma per tenere di conto dei fenomeni fessurativi, sono stati anche incrementati di un fattore 1.4 (Tabella 2). Per i modelli B e C (di altezza inferiore rispetto ad A) l'equazione (7) fornisce i valori più bassi del periodo mentre per il modello A è l'equazione (6) a fornire il valore inferiore. L'equazione (5), fornita dalle NTC 2008, stima sempre periodi superiori a quelli forniti dall'equazione (6).

Nel complesso, l'analisi dei tre modelli e l'impiego delle tre espressioni per la stima di T_1 e della domanda sismica, conduce ad un insieme di casi indicativi di un intervallo di possibili comportamenti per la torre Chigi. La Figura 10 confronta il momento resistente con quello sollecitante lungo l'altezza della torre per il modello A.

Per la direzione sismica Nord-Sud si osserva una riduzione del momento resistente alla base per effetto delle aperture realizzate a questo livello. In tutte le sezioni ed ipotesi di calcolo risulta, praticamente, $M_u > M_s$. Analoghi risultati si sono ottenuti per i modelli B e C.

Sulla base dei risultati delle analisi si possono calcolare due indici che esprimono, in modo sintetico, il rapporto tra la capacità e la domanda sismica. Il primo, detto indice di sicurezza sismica, è definito come il rapporto tra il periodo di ritorno di un sisma che porta al collasso la struttura e quello relativo al raggiungimento dello SLV:

$$I_{s,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}}. \quad (8)$$

Il secondo indice è detto fattore di accelerazione

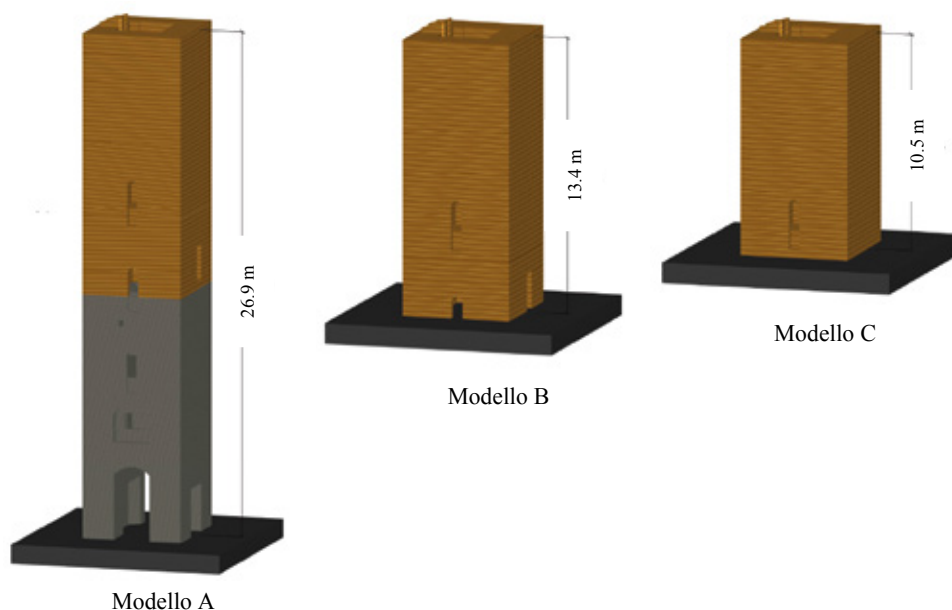


Figura 9. Modelli analizzati per il primo livello di valutazione (quote in m).

Tabella 2. Valori del periodo proprio per i tre modelli analizzati in varie ipotesi.

Modello	Formula utilizzata	Periodo non fessurato T_1 (s)		Periodo fessurato T_1 (s)	
		N-S	E-O	N-S	E-O
A Torre incastrata alla base	$T_1 = 0.05H^{0.75}$	0.59	0.59	0.83	0.83
	$T_1 = 0.013H^{1.10}$	0.49	0.49	0.68	0.68
	$T_1 = 1.787H^2 \sqrt{\frac{\gamma A}{EJg}}$	0.63	0.61	0.88	0.85
B Torre incastrata a quota 13.50 m	$T_1 = 0.05H^{0.75}$	0.35	0.35	0.48	0.48
	$T_1 = 0.013H^{1.10}$	0.22	0.22	0.31	0.31
	$T_1 = 1.787H^2 \sqrt{\frac{\gamma A}{EJg}}$	0.16	0.15	0.22	0.21
C Torre incastrata a quota 16.40 m	$T_1 = 0.05H^{0.75}$	0.28	0.28	0.40	0.40
	$T_1 = 0.013H^{1.10}$	0.17	0.17	0.23	0.23
	$T_1 = 1.787H^2 \sqrt{\frac{\gamma A}{EJg}}$	0.08	0.08	0.11	0.11

e rappresenta il rapporto tra l'accelerazione di picco al suolo che porta il manufatto al raggiungimento della condizione limite e quella di riferimento per lo SLV, entrambe valutate su una superficie orizzontale con sottosuolo di categoria A:

$$f_{a,SLV} = \frac{a_{SLV}}{a_{g,SLV}}. \quad (9)$$

La determinazione dei due indici richiede la valutazione del periodo di ritorno dell'azione sismica (relativa al sito in esame) che produce un'accelerazione spettrale tale da generare un momento, alla base della mensola, pari a quello dello schema di collasso per pressoflessione. Il primo periodo proprio della struttura, anche in questo caso, è stato valutato in

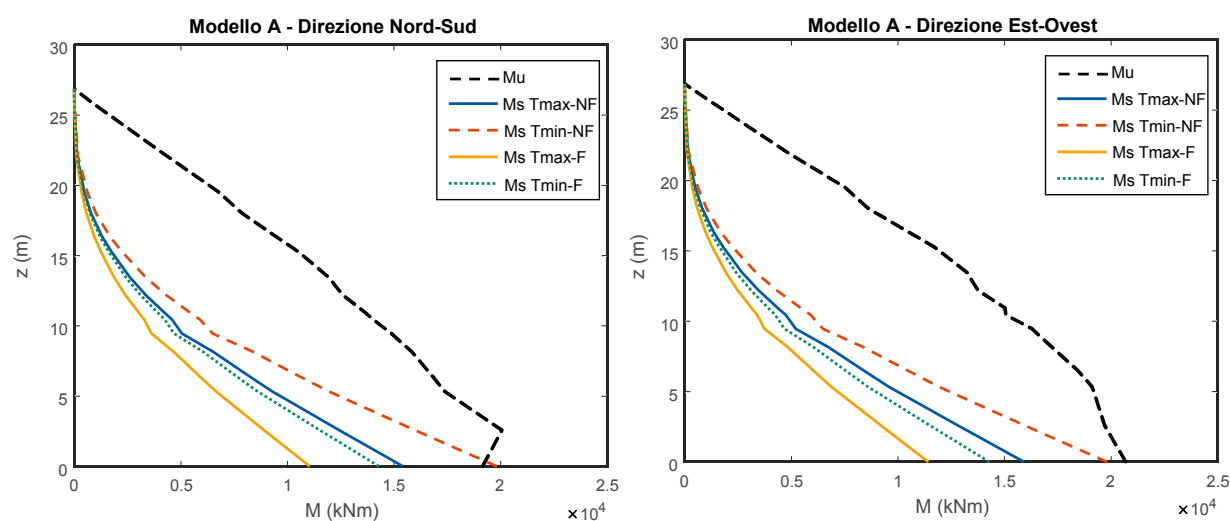


Figura 10. Andamento del momento resistente e del momento sollecitante lungo l'altezza della torre per il modello A di torre isolata (Tmax-NF=periodo massimo rispetto alle relazioni (5), (6) e (7) in ipotesi di non fessurazione, ecc.).

riferimento alle espressioni (5), (6) e (7). Valori degli indici superiori all'unità indicano che la struttura è adeguata nei confronti di un determinato evento sismico di progetto. Viceversa, valori inferiori all'unità esprimono una criticità da approfondire con studi di maggiore detta-

uguagliando il lavoro totale delle forze esterne a quello delle forze interne, che, nell'applicazione classica del metodo è nullo, poiché si trascurano gli effetti dissipativi. Per i dettagli si rimanda alla Circolare del 2009 [3], a cui è stato fatto riferimento per sviluppare l'analisi cinematica lineare.

Tabella 3. Analisi LV1. Risultati in termini di periodo di ritorno (T_R), vita nominale (V_N), fattore di accelerazione ($f_{a,SLV}$) e indice di sicurezza sismica ($I_{s,SLV}$) in relazione ai valori massimi (fessurato) e minimi (non fessurato) del periodo proprio della struttura.

Modello	Direzione	T_1 (s)	T_R (anni)	V_N (anni)	$f_{a,SLV}$	$I_{s,SLV}$
modello A Torre incastrata alla base	N-S	0.49	434	46	0.97	0.91
		0.88	1089	115	1.29	2.29
	E-O	0.49	530	56	1.04	1.12
		0.85	1399	147	1.38	2.95
modello B Torre incastrata a quota 13.50 m	N-S	0.16	2475	261	1.60	5.21
		0.48	2475	261	1.60	5.21
	E-O	0.15	2475	261	1.60	5.21
		0.48	2475	261	1.60	5.21
modello C Torre incastrata a quota 16.40 m	N-S	0.08	2475	261	1.60	5.21
		0.28	2475	261	1.60	5.21
	E-O	0.08	2475	261	1.60	5.21
		0.28	2475	261	1.60	5.21

glio. Nel caso analizzato gli indici sono sostanzialmente sempre superiori o prossimi all'unità ad eccezione di un caso (modello A, direzione Nord-Sud) che risulta comunque prossimo ad 1 ($f_{a,SLV}=0.97$ e $I_{s,SLV}=0.91$). Il dettaglio dei risultati è riassunto nella Tabella 3.

3.2 Analisi locale mediante cinematismi di collasso (LV2)

Il secondo livello di analisi consiste nell'applicazione del metodo dei cinematismi di collasso. L'analisi è sviluppata con le classiche ipotesi di materiale non resistente a trazione, con resistenza a compressione infinita e perfetto ingranamento tra gli elementi della catena cinematica. Le pareti murarie sono considerate come corpi rigidi che ammettono atti di moto ruotando intorno a cerniere, di solito a sviluppo lineare. Applicando il teorema cinematico dell'analisi limite è possibile determinare il moltiplicatore del carico sismico che porta all'attivazione del cinematismo di collasso analizzato; si utilizza il P.L.V.

L'applicazione del metodo richiede una valutazione preliminare dei cinematismi di collasso più significativi per la costruzione. Questi possono essere individuati osservando il comportamento sismico di strutture analoghe già danneggiate dal terremoto, o analizzando la presenza di stati fessurativi sulla struttura, anche di natura non sismica. Altri elementi utili sono la qualità delle connessioni tra le pareti, la tessitura muraria, la presenza di catene, l'interazione con gli edifici adiacenti e, non ultime, le fasi di trasformazione e le disomogeneità costruttive. Alcuni dei meccanismi analizzati sono schematizzati nella Figura 11, tenuto conto anche delle indicazioni di letteratura suggerite in [6]. I risultati delle analisi, in termini di fattore di accelerazione $f_{a,SLV}$, di indice di vulnerabilità sismica $I_{s,SLV}$, di vita nominale V_N e di periodo di ritorno T_R , sono riassunti nella Tabella 4. L'analisi ha consentito di costruire un quadro completo ed esaustivo dei meccanismi locali potenzialmente attivabili in caso di evento sismico.

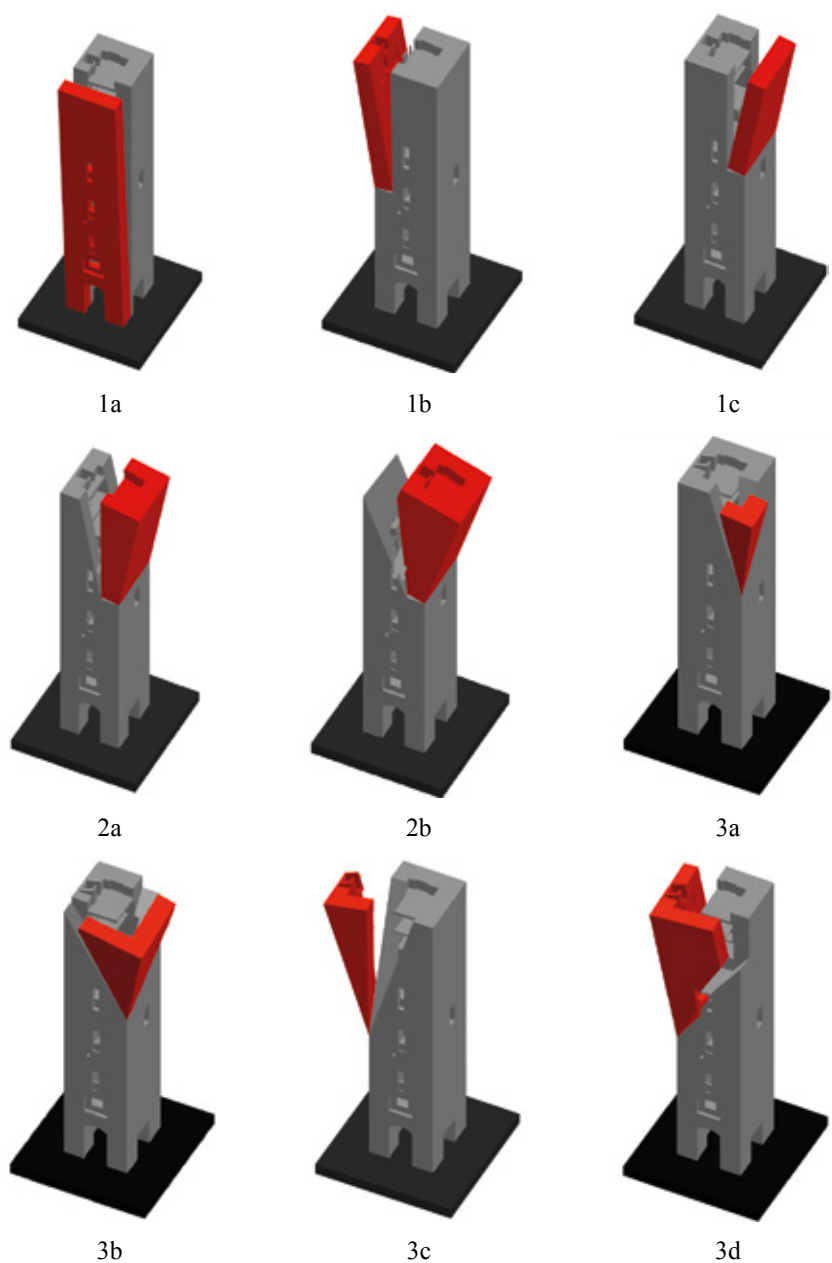


Figura 11. Meccanismi di collasso analizzati.

Tabella 4. Analisi LV2. Risultati in termini di periodo di ritorno (T_R), vita nominale (V_N), fattore di accelerazione ($f_{a,SLV}$) e indice di sicurezza sismica ($I_{s,SLV}$).

Codice	Tipologia cinematismo	Attivazione	T_R (anni)	V_N (anni)	$f_{a,SLV}$	$I_{s,SLV}$
1a	Ribaltamento semplice lato Ovest	SI	32	3	0.34	0.06
1b	Ribaltamento semplice lato Nord	SI	172	18	0.70	0.36
1c	Ribaltamento semplice lato Sud	SI	329	34	0.88	0.69
2a	Primo ribaltamento composto lato Sud	NO	>2475	>261	>1.60	>5.21
2b	Secondo ribaltamento composto lato Sud	NO	1005	105	1.26	2.12
3a	Primo ribaltamento cantonale lato Sud-Ovest	SI	112	12	0.59	0.24
3b	Secondo ribaltamento cantonale lato Sud-Ovest	SI	167	18	0.69	0.35
3c	Primo ribaltamento cantonale lato Nord-Ovest	SI	72	8	0.49	0.15
3d	Secondo ribaltamento cantonale lato Nord-Ovest	SI	76	8	0.50	0.16

Analizzando il fattore $f_{a,SLV}$ si osserva che esso è inferiore all'unità per sette dei cinematismi analizzati. Lo scenario più critico si ha per il cinematismo 1a (ribaltamento semplice dell'intera parete Ovest) a cui corrisponde il più piccolo valore dell'indice. Anche i cinematismi 3c e 3d (ribaltamenti del cantonale del lato Nord-Ovest) presentano valori critici ($f_{a,SLV} \leq 0.5$). Gli indici $I_{s,SLV}$ e V_N portano alle stesse conclusioni, confermando sostanzialmente la graduatoria di rischio definita da $f_{a,SLV}$. Analizzando il periodo di ritorno è possibile classificare i meccanismi in tre categorie, riferendole al periodo di 475 anni:

- 1) $T_R < 100$ anni: cinematismi con T_R molto basso. Rientrano in questa categoria i casi 1a, 3c e 3d.
- 2) $100 \text{ anni} < T_R < 200$ anni: cinematismi con T_R inferiore alla metà tempo di ritorno dello SLV. Rientrano in questa categoria i casi 1b, 3a e 3b.
- 3) $T_R > 300$ anni: cinematismi con T_R prossimo o superiore a quello dello SLV. Rientrano in questa categoria i rimanenti meccanismi.

eseguita con quattro tipologie di modellazioni agli elementi finiti della torre (Tabella 5). Nei modelli TI-Om e TI-Nu la struttura viene analizzata come se fosse isolata; essi si differenziano in quanto nel modello TI-Om si è omogeneizzato il paramento murario, mentre nel modello TI-Nu i paramenti esterno, quello interno ed il sacco, sono considerati separatamente. Sono stati ipotizzati spessori dei paramenti pari a 25 cm per la muratura di mattoni e di 30 cm per quella di pietrame. I modelli TC-Om e TC-Nu tengono conto dell'interazione con gli edifici adiacenti, modellando in parte anche le pareti a contatto con la struttura, come vincoli monolateri. I modelli numerici sono stati impiegati per analisi statiche non lineari (pushover); nei modelli TC-Om e TC-Nu sono state considerate, come efficaci, solo le pareti che compresse in relazione alla direzione e verso dell'azione sismica considerata.

3.3.1 La modellazione del materiale muratura

Le analisi sono state svolte con il codice di calcolo ANSYS, impiegando elementi finiti isoparametrici ad 8 nodi, con 8 punti d'integrazione di Gauss e tre gradi di libertà per nodo

Tabella 5. Modelli analizzati per l'interazione con gli edifici circostanti e per la modellazione dei paramenti murari.

Modello	Struttura	Descrizione
TI-Om	Torre Isolata	Si analizza la risposta della torre isolata modellando le murature con caratteristiche meccaniche omogeneizzate.
TI-Nu		Si analizza la risposta della torre isolata modellando le murature con paramento interno, esterno e nucleo di riempimento.
TC-Om	Torre Confinata	Si analizza la risposta del complesso torre, edifici circostanti, modellando le murature con caratteristiche meccaniche omogeneizzate.
TC-Nu		Si analizza la risposta del complesso torre, edifici circostanti, modellando le murature con paramento interno, esterno e nucleo di riempimento.

3.3 Analisi mediante modelli globali della torre (LV3)

Il terzo livello di valutazione prevede l'analisi della risposta sismica globale della struttura ed è stato svolto ricorrendo a modelli numerici dell'intera struttura. Nel caso in esame l'analisi è stata

(elementi SOLID 65). Per la muratura è stato impiegato il modello di plasticità di Drucker-Prager (DP) abbinato al modello a fessurazione diffusa (*smearred crack model*) di Willam e Warnke (WW), originariamente proposto per il calcestruzzo. Il modello DP richiede, oltre

ai moduli elastici E e ν , ulteriori tre parametri: l'angolo di attrito interno ϕ , la coesione c e l'angolo di dilatanza δ . Ad essi corrispondono valori delle resistenze a compressione e a trazione monoassiale f_{cDP} e f_{tDP} . Il modello di WW, per bassi valori della pressione idrostatica [7], richiede due parametri: le resistenze a compressione ed a trazione monoassiali f_{cWW} e f_{tWW} . Due ulteriori parametri, β_t e β_c , controllano gli sforzi tangenziali sui piani di fessurazione. Nel caso della torre Chigi, date le incertezze sulla qualità delle murature, si sono dapprima fissati opportuni valori di riferimento, come suggeriti dalle norme, riassunti nella Tabella 6 per i vari modelli. A partire da questi sono stati definiti i parametri richiesti da DP e WW per il comportamento non lineare della muratura (Tabella 7). Per il sacco si è operato in modo da ottenere, per lo spessore murario nel suo complesso, resistenze e rigidezza "simili" a quelle della muratura omogeneizzata. Infine, per tenere conto delle incertezze e solo per i modelli omogeneizzati TI-Om e TC-Om, si sono variati i parametri E , f_{tWW} e f_{cDP} (Tabella 8). Di seguito si riportano i commenti relativi ad alcuni dei risultati ottenuti.

3.3.2 Modelli di torre isolata (TI-Om e TI-Nu)

La discretizzazione è stata realizzata con elementi solidi tetraedrici, con dimensioni massime di circa 50 cm. Il modello TI-Om comprende 12797 elementi (Figura 12a e 12b). Il modello TI-Nu (Figura 12c) è stato realizzato con 41059 elementi.

L'analisi statica non lineare è stata eseguita in controllo di forza con una distribuzione uniforme e selezionando come punto di controllo il baricentro dell'ultimo livello. I risultati, espressi in termini di curve di capacità, per tutti i modelli analizzati (le cui caratteristiche meccaniche sono riportate nella Tabella 8) e per tutte le direzioni sismiche considerate $\pm X$ (Nord-Sud) e $\pm Y$ (Est-Ovest) sono illustrati nella Figura 13. Risulta evidente l'influenza del modulo elastico E sulla pendenza del tratto iniziale della curva di capacità. Il massimo taglio alla base V è compreso tra valori di poco superiori a 0.15 W fino a valori di poco inferiori a 0.25 W . La variabilità dello spostamento

Tabella 6. Caratteristiche meccaniche di riferimento delle murature e dei solai.

Modello	Parametro	Muratura di pietrame	Muratura di mattoni pieni	Sacco muratura di pietrame	Sacco muratura di mattoni pieni	Solai
TI-Om TC-Om	E (N/mm ²)	1458	2363	=	=	1500
	ν	0.2	0.2	=	=	0.2
	f_c (N/mm ²)	3.84	6.55	=	=	=
	f_t (N/mm ²)	0.106	0.195	=	=	=
	γ (kg/m ³)	1600	1800	=	=	1600
TI-Nu TC-Nu	E (N/mm ²)	1620	3375	1361	1361	1500
	ν	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
	f_c (N/mm ²)	4.27	9.36	=	=	=
	f_t (N/mm ²)	0.118	0.277	0.098	0.098	=
	γ (kg/m ³)	1600	1800	1600	1600	1600

Tabella 7. Parametri di riferimento per i modelli di DP e WW.

Modello		Modello di DP			Modello di WW			
		c (N/mm ²)	ϕ (°)	δ (°)	f_{cWW} (N/mm ²)	f_{tWW} (N/mm ²)	β_c	β_t
TI-Om	Mur. di pietrame	0.115	40	25	6.00	0.106	0.75	0.25
TC-Om	Mur. di mattoni pieni	0.210	40	25	6.00	0.195	0.75	0.25
TI-Nu	Mur. di pietrame	0.130	40	25	6.00	0.118	0.75	0.25
	Mur. di mattoni pieni	0.300	40	25	6.00	0.277	0.75	0.25
TC-Nu	Sacco mur. di pietrame	0.106	40	25	6.00	0.098	0.75	0.25
	Sacco mur. di mattoni	0.158	40	25	6.00	0.147	0.75	0.25

Tabella 8. Variazione di alcuni parametri delle murature dei modelli omogeneizzati (TI-Om e TC-Om).

Caso	Muratura di pietrame				Muratura di mattoni pieni			
	f_{tWW} (N/mm ²)	f_{cDP} (N/mm ²)	E (N/mm ²)	γ (kg/m ³)	f_{tWW} (N/mm ²)	f_{cDP} (N/mm ²)	E (N/mm ²)	γ (kg/m ³)
A11	0.106	0.493	1458	1600	0.195	0.901	2363	1800
A12	0.106	0.493	2916	1600	0.195	0.901	4726	1800
A21	0.106	0.986	1458	1600	0.195	1.801	2363	1800
A22	0.106	0.986	2916	1600	0.195	1.801	4726	1800
B11	0.212	0.986	1458	1600	0.390	1.801	2363	1800
B12	0.212	0.986	2916	1600	0.390	1.801	4726	1800
B21	0.212	1.973	1458	1600	0.390	3.603	2363	1800
B22	0.212	1.973	2916	1600	0.390	3.603	4726	1800

massimo è invece significativa. L'omogeneizzazione delle pareti della torre ha una scarsa influenza sulla risposta non lineare, come si può notare dalla Figura 14 dove si riporta un confronto tra il modello a paramenti omogeneizzati e il modello a paramenti separati, per il caso A22; è possibile osservare una sostanziale coincidenza tra le due curve, risultato confermato anche per gli altri casi.

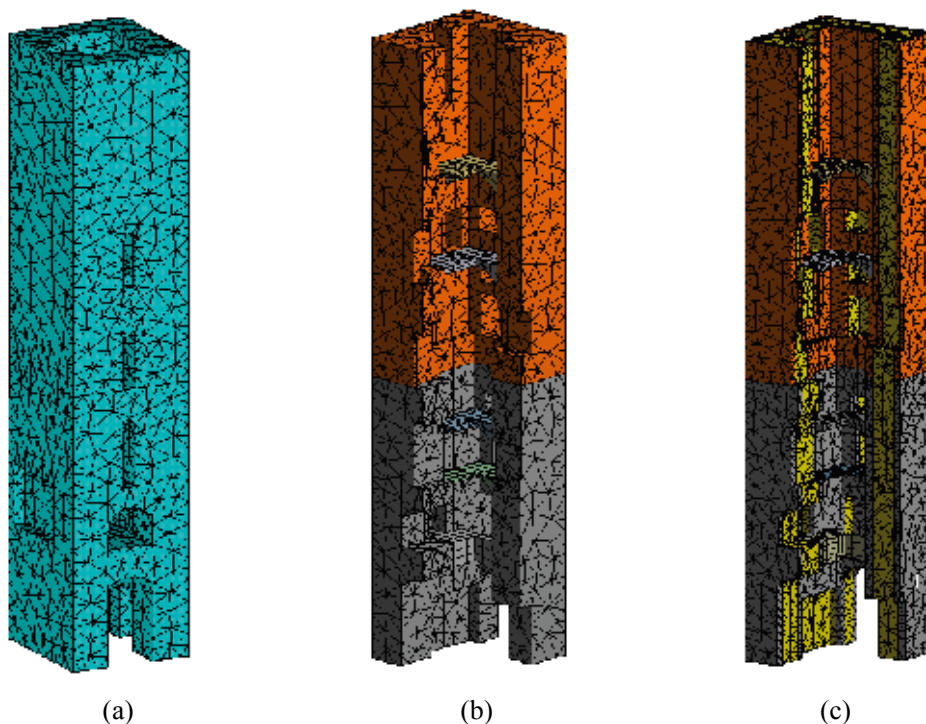


Figura 12. Modelli numerici della torre isolata: (a) e (b) modello TI-Om (modello con pareti murarie omogeneizzate); (c) modello TI-Nu (modellazione distinta per i paramenti interno, esterno e per il sacco).

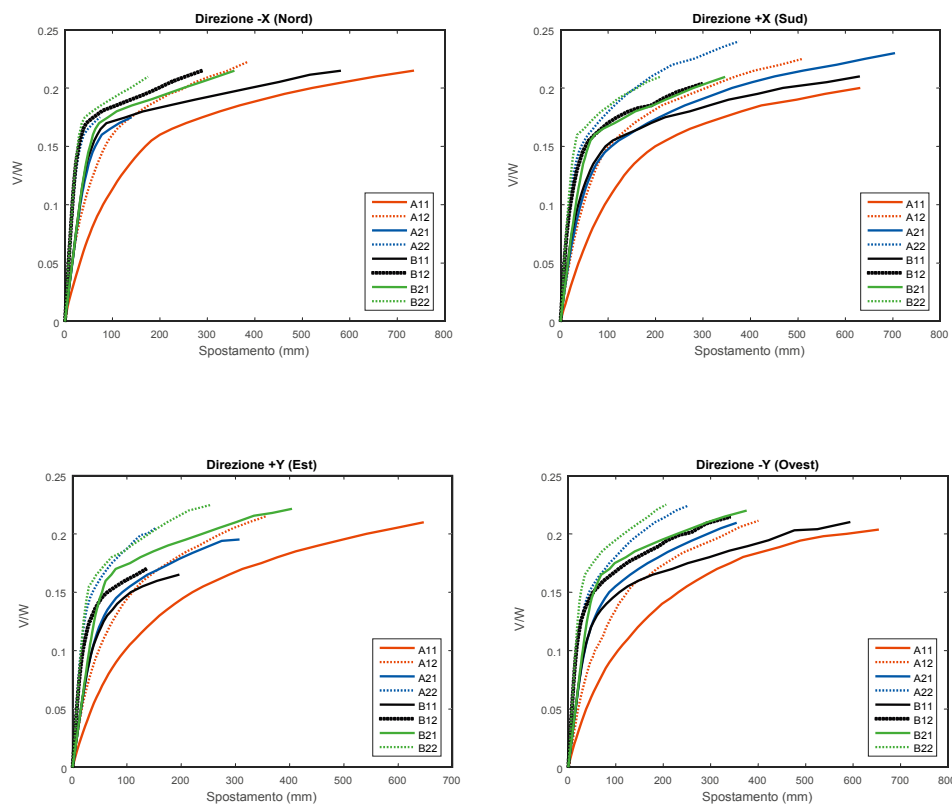


Figura 13. Modello di torre isolata (TI-Om). Curve di capacità nelle direzioni $\pm X$ e $\pm Y$ al variare dei parametri meccanici in ingresso (Tabella 8).

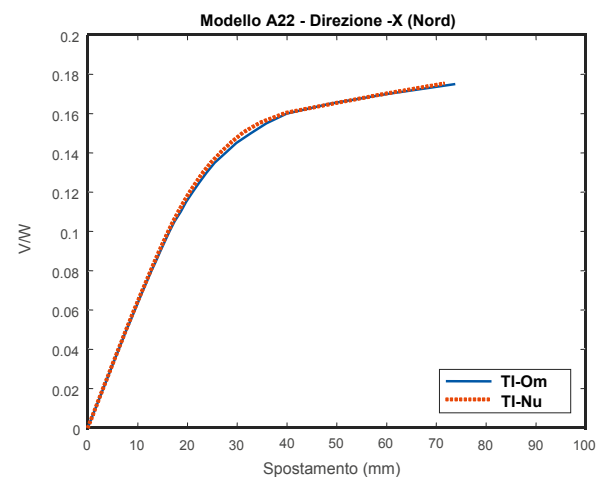


Figura 14. Confronto tra le curve di capacità del modello meccanico A22 in direzione $-X$ (Nord) per i modelli TI-Om (parametri omogeneizzati) e TI-Nu (parametri distinti).

3.3.3 Modelli di torre confinata (TC-Om e TC-Nu)

I modelli di torre confinata sono stati ottenuti da quelli di torre isolata aggiungendo dei setti (di lunghezza unitaria) disposti lungo tre lati della torre (Figura 15). Il modello TC-Om è stato realizzato con elementi solidi di dimensione massima del lato ancora pari a circa 50 cm, con un totale di 14697 elementi che diventano 44660 per il modello TC-Nu (Figura 15c). La rigidità dei setti perimetrali è stata determinata in modo da riprodurre l'effetto di confinamento offerto dagli edifici circostanti. Il criterio di equivalenza è stato basato sulla valutazione delle porzioni delle pareti degli edifici adiacenti "collaboranti" con la torre (caso indicato con $K=K_{eq}$). Alcune delle curve di capacità ottenute per gli otto modelli meccanici analizzati sono riassunte nella Figura 16. Sono evidenti l'incremento di rigidità e di resistenza della torre in questa ipotesi più realistica. Date le incertezze nella determinazione delle porzioni delle pareti degli edifici adiacenti collaboranti con la torre, sono state svolte anche alcune analisi parametriche per valutare l'influenza della rigidità di tali vincoli.

Nell'ambito dell'ampia casistica di analisi sviluppate è possibile analizzare la variabilità della risposta strutturale ottenuta con il modello relativo al caso A22, rispetto alla rigidità dei vincoli. Il modello A22 presenta un rapporto pari a circa 1:10 tra la resistenza monoassiale a trazione e a compressione ($f_{tWW}=0.106$ N/mm² e $f_{cDP}=0.986$ N/mm²).

Le curve di capacità (Figura 17) mostrano che all'aumentare della rigidità dei vincoli, a fronte di un aumento anche considerevole del valore del taglio ultimo alla base, si osserva una riduzione dello spostamento ultimo, passando da un sistema pseudo-duttile (torre isolata) ad uno quasi-fragile (torre vincolata). In sostanza si ha il

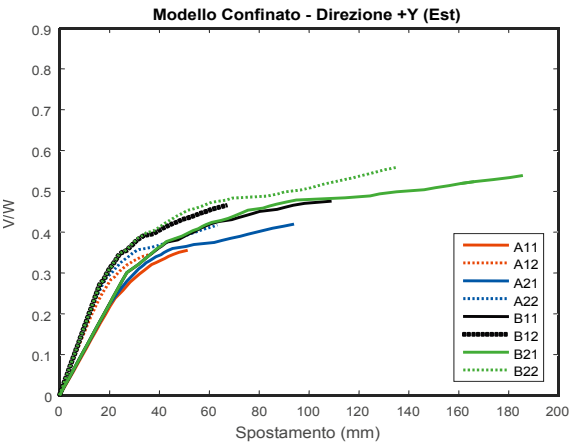
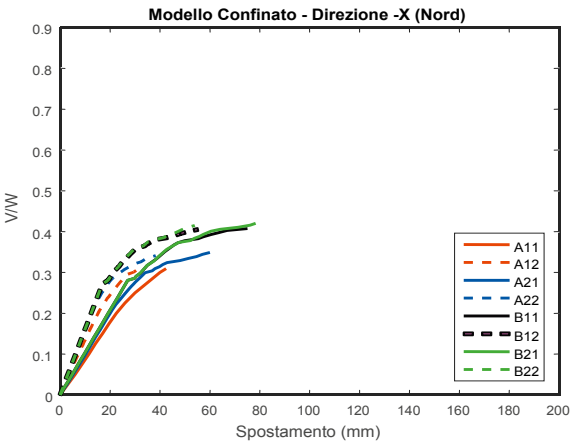
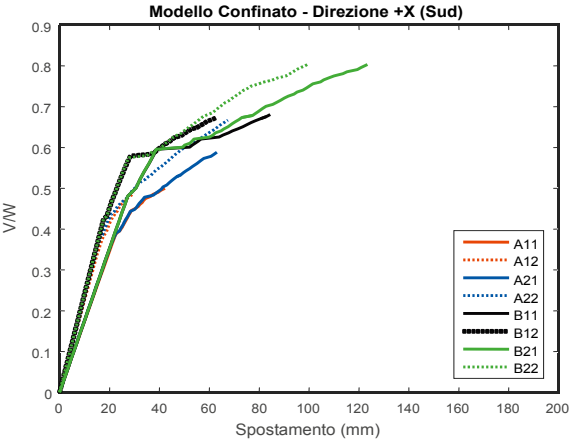


Figura 16. Modello di torre confinata. Curve di capacità nelle direzioni $\pm X$ e $\pm Y$ al variare dei parametri meccanici in ingresso, fissato il grado di vincolo offerto dagli edifici adiacenti ($K=K_{eq}$).

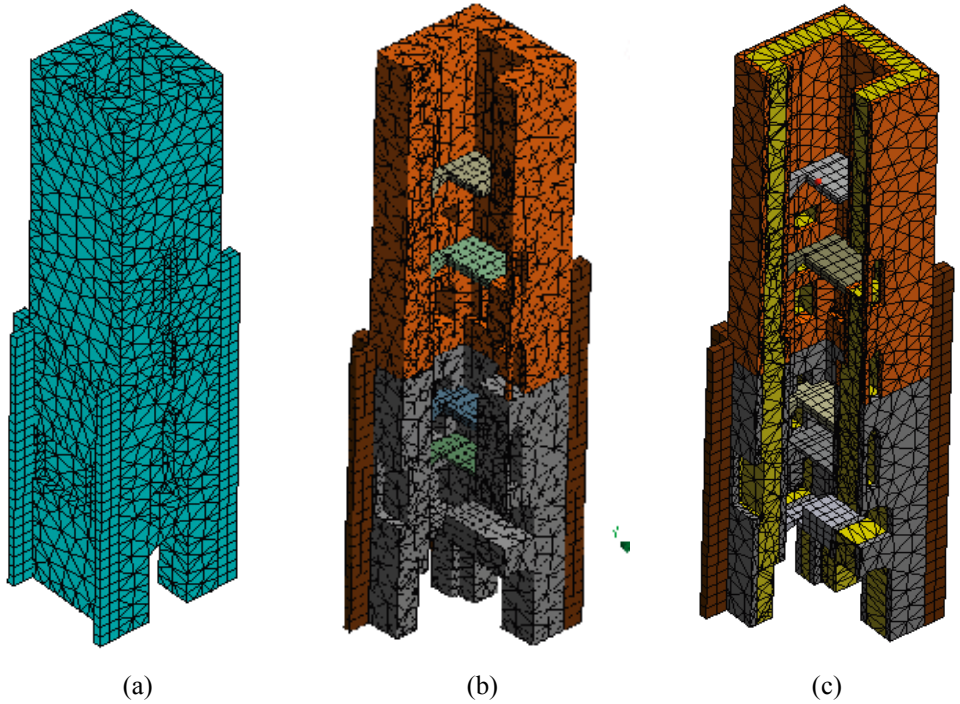


Figura 15. Modelli numerici della torre confinata: (a) e (b) modello TC-Om (modello con pareti murarie omogeneizzate); (c) modello TC-Nu (modellazione distinta per i paramenti interno, esterno e per il sacco).

passaggio da un meccanismo resistente dettato dalla capacità deformativa della struttura (torre isolata), ad uno in cui la capacità sismica risiede nella resistenza meccanica della struttura (torre confinata). La direzione Nord (-X), a cui i grafici di Figura 17 si riferiscono, rappresenta quella lungo la quale la capacità della torre è inferiore rispetto a tutte le altre, dato che questa risulta impegnata a trazione nella zona di base in cui sono state ricavate le aperture più ampie.

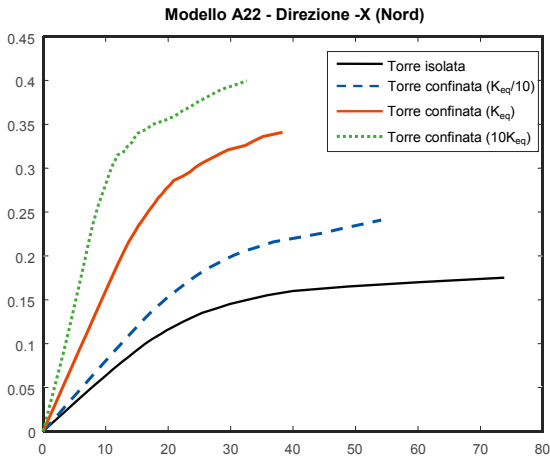


Figura 17. Modello di torre confinata con caratteristiche meccaniche A22: influenza della rigidità dei vincoli sulla curva di capacità.

Con l'aumentare della rigidità dei vincoli si osserva una corrispondente modifica del quadro fessurativo: si passa da un danno diffuso, che interessa principalmente i livelli inferiori, ad uno principalmente localizzato in prossimità della quota di stacco della torre dai palazzi adiacenti. Questo quadro fessurativo mostra lo sviluppo di fessure diagonali, che si sviluppano dalla zona di stacco degli edifici adiacenti, mostrando come il fenomeno di collasso non avvenga più esclusivamente per pressoflessione, ma incida anche la componente di taglio. Questo fenomeno è particolarmente accentuato sulla parete Sud che risulta tesa (+X), in cui si passa da una fessurazione diffusa ad una concentrata attorno alla quota di stacco (Figura 18).

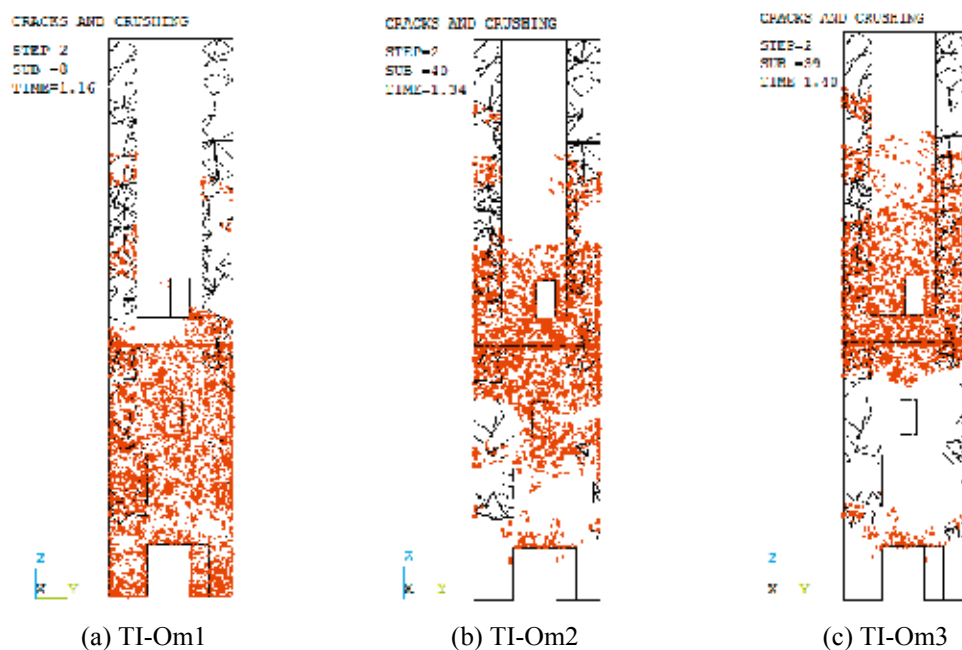


Figura 18. Quadro fessurativo a collasso ottenuto sulla parete Sud: influenza della rigidità dei vincoli.

3.3.4 Confronto tra capacità e domanda

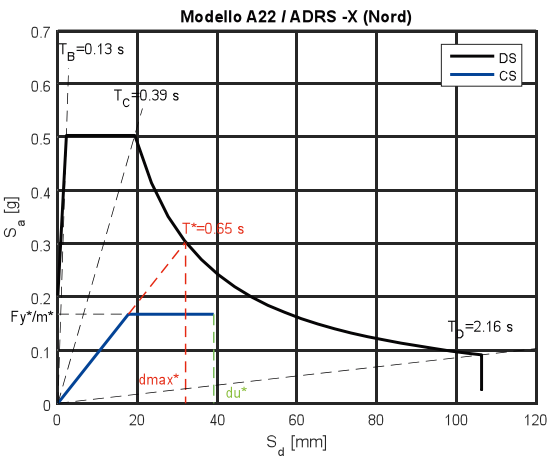
Le curve di capacità ottenute con i diversi modelli sono state impiegate per valutare l'azione sismica che potrebbe condurre al collasso la torre, secondo la procedura delineata dal Capacity Spectrum Method (CSM), ripreso e modifi-

cato dal metodo N2 di Fajfar [8, 9]. Il confronto tra capacità e domanda si effettua per via grafica confrontando, nel formato ADRS (Acceleration-Displacement Response Spectrum), la capacità sismica della struttura, espressa da una bilineare equivalente, con la domanda relativa al sito in esame, entrambe in termini di accelerazioni e spostamenti spettrali. Il metodo offre un'efficace valutazione grafica della risposta in quanto l'intersezione dello spettro di capacità con lo spettro di domanda individua un punto, detto punto di funzionamento della struttura (Performance Point), che rappresenta la condizione in cui la capacità sismica di una struttura è pari alla domanda. Per i dettagli si rimanda ai lavori citati, ed all'applicazione secondo le NTC 2008 [4]. In Tabella 9 i riportano i risultati ottenuti relativamente al caso di torre modellata con paramenti omogeneizzati e parametri meccanici del caso A22 nelle 4 ipotesi di: torre isolata (TI-Om), torre confinata con vincoli di rigidità stimata equivalente a quella degli edifici adiacenti (TC-Om2, $K=K_{eq}$), con vincoli più deformabili (TC-Om1, $K=K_{eq}/10$) e con vincoli più rigidi (TC-Om3, $K=10K_{eq}$). Gli stessi, relativamente alla direzione -X, sono rappresentati graficamente in Figura 19.

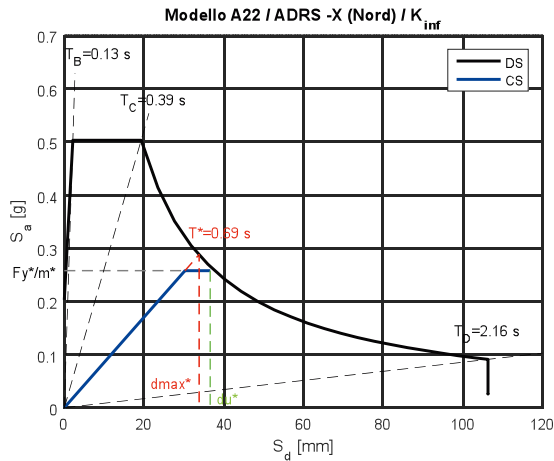
Tutte le situazioni analizzate non presentano criticità rilevanti, ottenendo risultati in linea con quelli dedotti dal primo livello di valutazione. È interessante osservare che la situazione maggiormente a rischio corrisponde ad un basso grado di vincolo. Ciò è giustificato da due motivazioni; la prima è che, confinando la torre, si ha una maggiore capacità in termini di taglio rispetto alla torre isolata, la seconda si basa sull'osservazione del quadro tensionale e fessurativo a rottura, in cui si riscontra che per bassi valori del grado di confinamento, risulta maggiormente impegnata la parte bassa della torre costituita da materiale più scadente rispetto alla parte superiore. Infatti, all'aumentare della rigidità del complesso, il grado di sicurezza aumenta in relazione al cambiamento dello stato tensionale a rottura che in questo caso riguarda la parte alta della struttura, in cui la muratura ha migliori caratteristiche meccaniche.

Tabella 9. Analisi LV3. Risultati in termini di periodo di ritorno (T_R), vita nominale (V_N), fattore di accelerazione ($f_{a,SLV}$) e indice di sicurezza sismica ($I_{s,SLV}$).

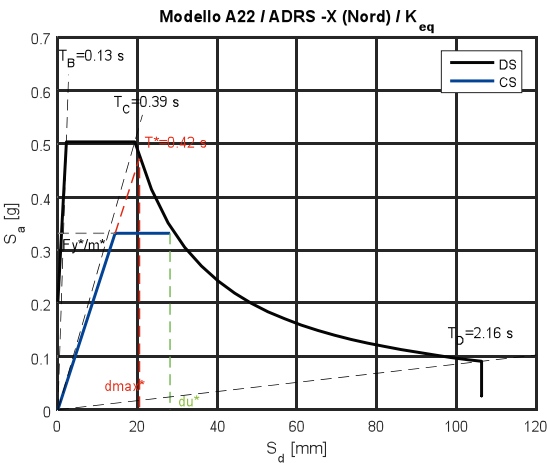
	Modello	T^* (s)	T_R (anni)	V_N (anni)	$f_{a,SLV}$	$I_{s,SLV}$
Direzione Sud (+X)	TI-Om	1.10	>2475	=	5.01	=
	TC-Om1	0.76	>2475	=	2.99	=
	TC-Om2	0.39	>2475	=	2.60	=
	TC-Om3	0.24	>2475	=	3.83	=
Direzione Nord (-X)	TI-Om	0.65	484	51	1.22	1.02
	TC-Om1	0.69	488	53	1.23	1.03
	TC-Om2	0.42	979	102	1.38	2.04
	TC-Om3	0.25	>2475	=	2.82	=
Direzione Est (+Y)	TI-Om	0.79	>2475	=	2.82	=
	TC-Om1	0.70	>2475	=	2.15	=
	TC-Om2	0.42	>2475	=	2.18	=
	TC-Om3	0.27	>2475	=	4.19	=
Direzione Ovest (-Y)	TI-Om	0.98	>2475	=	3.69	=



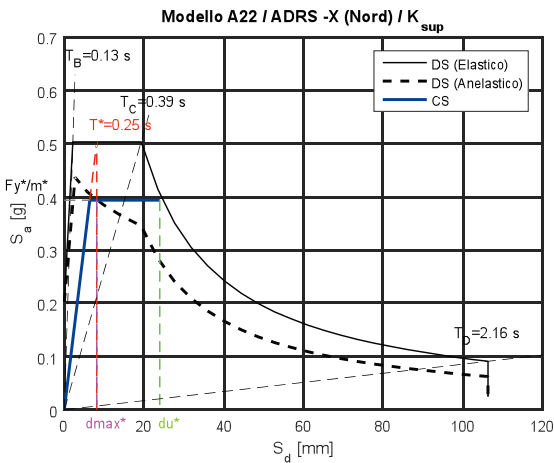
(a) TI-Om



(b) TC-Om1



(c) TC-Om2



(d) TC-Om3

Figura 19. Confronto tra capacità e domanda mediante il metodo N2 per la direzione Nord (-X): influenza della rigidezza dei vincoli (modello di torre con paramenti omogeneizzati e parametri meccanici del caso A22).

Gianni BARTOLI (gianni.bartoli@unifi.it) è nato nel 1962 a Firenze e si è laureato in Ingegneria Civile nel 1988 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università di Firenze. Attualmente è Professore Associato di Tecnica delle Costruzioni presso la Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Firenze, dove si occupa di ricerca nei campi dell'ingegneria del vento e degli edifici monumentali.

Michele BETTI (mbetti@dicea.unifi.it) è nato nel 1971 a Firenze e si è laureato in Ingegneria Civile nel 1996 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università di Firenze. Attualmente è Ricercatore di Scienza delle Costruzioni presso la Scuola di Ingegneria dell'Università degli Studi di Firenze, dove si occupa di ricerca nei campi della vulnerabilità sismica degli edifici monumentali in muratura e dell'identificazione strutturale.

Luciano GALANO (luciano.galano@unifi.it) è nato nel 1959 a Firenze e si è laureato in Ingegneria Civile nel 1989 presso la Facoltà d'Ingegneria dell'Università di Firenze. Attualmente è Ricercatore di Scienza delle Costruzioni nel Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale dello stesso Ateneo. La sua attività di ricerca si colloca nel campo dell'ingegneria sismica e delle strutture in muratura.

Leonardo POSI (posileonardo@libero.it) è nato nel 1984 a Firenze e si è laureato in Ingegneria Civile nel 2014 presso la Scuola di Ingegneria dell'Università di Firenze.

Giacomo ZINI (giacomozini@libero.it) è nato nel 1983 a Fiesole (FI) e si è laureato in Ingegneria Civile nel 2014 presso la Scuola di Ingegneria dell'Università di Firenze.

CONCLUSIONI

Nella memoria si è analizzato, mediante una serie di valutazioni comparative variando sia le caratteristiche meccaniche della muratura sia il grado di vincolo offerto dagli edifici adiacenti, il rischio sismico della torre Chigi di San Gimignano (SI).

Le analisi a scala territoriale (LV1) non hanno evidenziato situazioni critiche: in tutti i casi analizzati, sia il fattore di accelerazione sia l'indice di sicurezza sismica sono risultati superiori o prossimi all'unità. Le analisi di secondo livello (LV2), svolte con il metodo dei cinematismi di collasso, hanno evidenziato che, tra i meccanismi analizzati, quelli più critici sono costituiti dal ribaltamento dell'intera parete sul lato Ovest e dai ribaltamenti del cantonale sul lato Nord-Ovest. Tali meccanismi, tuttavia, sono ipotizzabili soltanto presupponendo un carente ammorsamento tra le pareti ortogonali, ipotesi poco plausibile per questa tipologia di costruzione, data la qualità delle murature.

Le analisi di livello LV3 sono state sviluppate con modelli numerici globali agli elementi finiti dell'intera struttura, nei quali gli effetti prodotti dall'incertezza sulle resistenze dei materiali e dalla presenza degli edifici adiacenti sono stati stimati in forma parametrica. La valutazione di vulnerabilità è stata eseguita con analisi pushover su due schemi limite: modelli di torre isolata e modelli di torre confinata. In tutti i casi esaminati non si evidenziano condizioni di criticità in quanto la capacità di spostamento del sistema risulta sempre maggiore rispetto alla domanda. In sintesi, se da un punto di vista globale la torre Chigi permane in una condizione di vulnerabilità sismica accettabile, eventuali criticità possono invece verificarsi per il manifestarsi di meccanismi di collasso locali.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano la Regione Toscana che ha finanziato la ricerca nell'ambito dei fondi PAR FAS (Linea di Azione 1.1.a.3 - Scienze e tecnologie per la salvaguardia e la valorizzazione dei beni culturali).

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] DPCM 2011. Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle NTC 2008. G. U. n. 47 del 26.02.2011.
- [2] Bartoli G., Betti M. (2012). "Il progetto RiSEM: rischio sismico negli edifici monumentali". Workshop on Design for Rehabilitation of Masonry Structures, Firenze, 10-11 novembre 2011, pp. 221-230.
- [3] Circolare 2009. Circolare n. 617 del 2 febbraio 2009. "Istruzioni per l'Applicazione Nuove Norme Tecniche Costruzioni" di cui al Decreto Ministeriale del 14 gennaio 2008.
- [4] NTC 2008. D.M. del Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti del 14/01/2008. "Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni". G.U. n. 29 del 04.02.2008, S.O. n. 30.
- [5] Rainieri C., Fabbrocino G. (2011). "Il periodo elastico delle torri in muratura: correlazioni empiriche per la previsione". XIV Congresso Nazionale L'Ingegneria Sismica in Italia, Bari, 18-22 settembre 2011.
- [6] Sepe V., Speranza E., Viskovic A. (2008). "A method for large-scale vulnerability assessment of historic tower". Struct. Control Health Monitoring, Vol. 15, pp. 389-415.
- [7] Betti M., Galano L., Vignoli A. (2016). "Finite element modelling for seismic assessment of historic masonry buildings", in D'Amico, S. (ed), Earthquakes and Their Impact on Society. Springer Natural Hazards, pag. 377-415.
- [8] Fajfar P., Gaspersic P. (1996). "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 25, pp. 31-46.
- [9] Vidic T., Fajfar P., Fischinger M. (1994). "Consistent inelastic design spectra: strength and displacement". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, pp. 502-521.